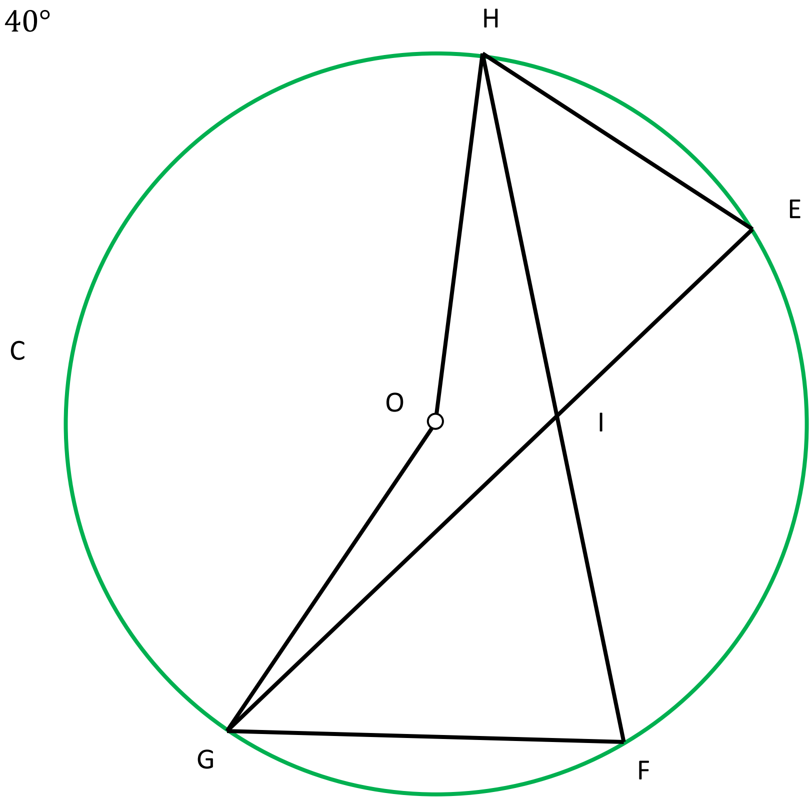
Angles et polygones - Correction

EXERCICE 1 : Angles inscrits.

Sur la figure ci-dessous, les points E, F, G et H sont sur le cercle (C) de centre O.

Les droites (FH) et (EG) sont sécantes au point I.

$\widehat{HOG} = 130°$ et $\widehat{EHF} = 40°$



Calculer la mesure de chaque angle du triangle FGI. Justifier chaque réponse.

Dans le cercle C, $\widehat{HOG}$ est l'angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{HFG}$ et $\widehat{HOG} = 130°$.

Or, dans un cercle, la mesure d'un angle inscrit est égale à la moitié de la mesure de l'angle au centre associé.

Donc :

$$\widehat{HFG} = \frac{\widehat{HOG}}{2} = \frac{130°}{2} = 65°$$

Calcul de $\widehat{EGF}$:

Dans le cercle C, $\widehat{EGF}$ et $\widehat{EFH}$ sont deux angles inscrits interceptant l'arc EF et $\widehat{EHF} = 40°$

Or, dans un cercle, si deux angles inscrits interceptent le même arc, alors ils ont la même mesure.

Donc : $\widehat{EGF} = \widehat{EHF} = 40°$

Calcul de $\widehat{FIG}$:

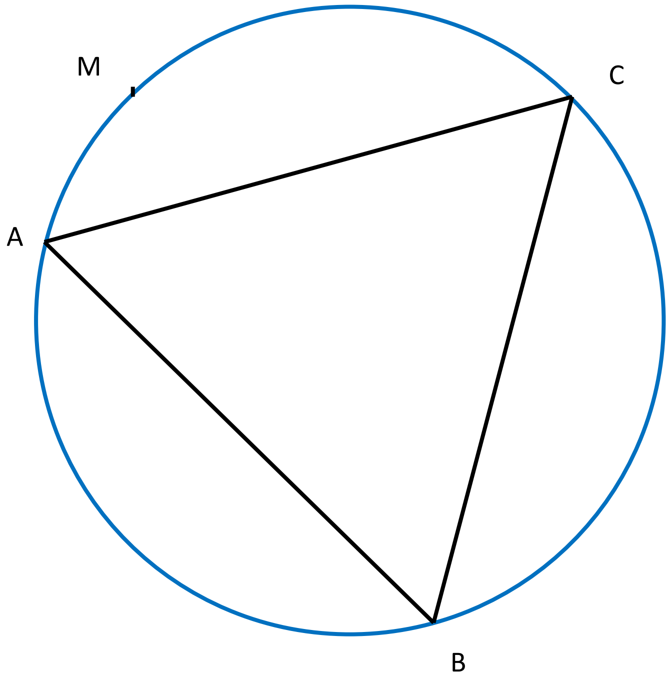
Dans le triangle FIG :

$\widehat{FIG} + \widehat{FGI} + \widehat{IFG} = 180° \rightarrow \widehat{FIG} + 40° + 65° = 180° \rightarrow \widehat{FIG} + 105° = 180° \rightarrow \widehat{FIG} = 180° - 105° = 75°$

<u>EXERCICE 2</u> : Cercle circonscrit.

Soit la figure suivante, le triangle ABC est équilatéral, M est un point de l'arc $\widehat{AC}$.

Déterminer la mesure des angles $\widehat{CMB}$ et $\widehat{BMA}$.



Le triangle ABC est un triangle équilatéral donc chacun de ses angles $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCA}$ et $\widehat{CAB}$ mesure 60°. De plus, le triangle ABC est inscrit dans un cercle donc les angles $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCA}$ et $\widehat{CAB}$ sont des angles inscrits dans le cercle.

Comme M est également un point du cercle distinct des points A, B et C, $\widehat{CMB}$ est un angle inscrit dans le cercle.

Les angles $\widehat{CMB}$ et $\widehat{CAB}$ sont donc des angles inscrits dans le même cercle qui interceptent le même arc de cercle $\widehat{CB}$.

Par conséquent, ils sont de même mesure.

$\widehat{MB} = \widehat{CAB} = 60°$

De même, on peut noter que $\widehat{BMA}$ est un angle inscrit dans le cercle et que cet angle intercepte le même arc que l'angle inscrit $\widehat{BCA}$, à savoir l'arc de cercle $\widehat{AB}$.

Donc $\widehat{BMA}$ et $\widehat{BCA}$ sont de même mesure.

$$\widehat{BMA} = \widehat{BCA} = 60°$$