

Critères de divisibilité et résolution de problèmes

Correction

Exercices



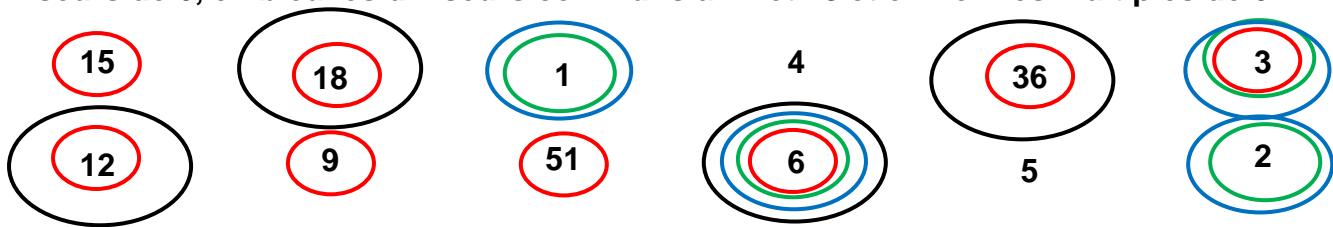
1 * Complète les définitions du cours :

1. « Effectuer la division euclidienne de a par b , c'est trouver deux nombres entiers positifs q et r tels que $a = b \times q + r$ avec $r < b$ ».
2. « Dire que a est un multiple de b revient à dire que b est un **diviseur** de a ou encore que a est **divisible** par b .

2 * Vrai ou faux ? Coche la bonne réponse.

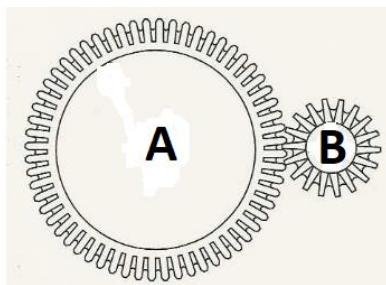
| Questions | Vrai | Faux |
|--|------|------|
| a. Le nombre 1 possède un seul diviseur. | X | |
| b. Le nombre 9 est un diviseur commun aux nombres 27 ; 36 et 45. | X | |
| c. Le nombre 30 est le plus petit multiple commun aux nombres 5 et 6. | X | |
| d. Le nombre 8 est le plus grand diviseur commun aux nombres 24 et 36. | | X |
| e. Le nombre 25 possède 3 diviseurs distincts. | X | |
| f. Le nombre 0 possède une infinité de diviseurs. | X | |
| g. Tout nombre entier positif possède un nombre pair de diviseurs. | | X |

3 * Parmi les nombres suivants, entoure en rouge les nombres divisibles par 3, en vert les diviseurs de 6, en bleu les diviseurs communs à 12 et 18 et en noir les multiples de 6.



- 4 * 1. Donne cinq multiples du nombre 12 : 12 ; 24 ; 36 ; 48 ; 60 (par exemple).
2. Donne cinq multiples du nombre 18 : 18 ; 36 ; 54 ; 72 ; 90 (par exemple).
3. Quel est le plus petit multiple commun aux nombres 12 et 18 ? 36
4. Donne tous les diviseurs du nombre 64 : 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; 64.
5. Donne tous les diviseurs du nombre 80 : 1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 8 ; 10 ; 16 ; 20 ; 40 ; 80.
6. Quel est le plus grand diviseur commun aux nombres 64 et 80 ? 16

5 ** On dispose de deux engrenages A et B. L'engrenage A contient 22 dents et l'engrenage B contient 12 dents. À 12h00, on fait tourner l'engrenage A ci-dessous dans le sens des aiguilles d'une montre à la vitesse constante de 18 tours par minute.



1. Dans quel sens tourne l'engrenage B ?

Puisque l'engrenage A tourne dans le sens horaire, l'engrenage B tourne dans le sens anti-horaire.

2. Combien de tours fera l'engrenage A pour que les deux engrenages reviennent à leur position de départ ? Quelle heure sera-t-il à ce moment-là ?

On cherche le plus petit multiple commun aux nombres 22 et 12 pour savoir de combien de dents aura tourné l'engrenage A.

| | | |
|---------------------|--------------------|----------------------|
| $22 \times 1 = 22$ | $12 \times 1 = 12$ | $12 \times 7 = 84$ |
| $22 \times 2 = 44$ | $12 \times 2 = 24$ | $12 \times 8 = 96$ |
| $22 \times 3 = 66$ | $12 \times 3 = 36$ | $12 \times 9 = 108$ |
| $22 \times 4 = 88$ | $12 \times 4 = 48$ | $12 \times 10 = 120$ |
| $22 \times 5 = 110$ | $12 \times 5 = 60$ | $12 \times 11 = 132$ |
| $22 \times 6 = 132$ | $12 \times 6 = 72$ | |

On obtient 132.

Or, $132 \div 22 = 6$ donc l'engrenage A aura fait 6 tours lorsque les deux engrenages seront revenus à leur position initiale. L'engrenage A tourne à la vitesse constante de 18 tours pour 60 secondes. Par proportionnalité, il fera donc 6 tours en 20 secondes.

Il sera donc 12 h 00 min 20 sec.

6 ** Domenico dispose de 344 olives noires et de 301 olives vertes qu'il veut utiliser sur ses pizzas de façon à ce que chaque pizza comporte le même nombre d'olives noires et le même nombre d'olives vertes. Il souhaite préparer un maximum de pizzas, en utilisant toutes les olives. Combien de pizzas Domenico pourra-t-il préparer ? Avec combien d'olives de chaque sorte ?

Domenico souhaite utiliser toutes les olives, on cherche donc un diviseur commun aux nombres 344 et 301. De plus, il souhaite préparer un maximum de pizzas donc on cherche le plus grand de ces diviseurs communs.

Pour trouver le plus grand diviseur commun à 344 et à 301, décomposons-les en produits de facteurs premiers :

$$344 = 2 \times 172 = 2 \times 2 \times 86 = 2 \times 2 \times 2 \times 43$$

$$301 = 7 \times 43$$

→ Le seul **nombre commun** est 43 qui est donc le plus grand diviseur commun donc Domenico pourra préparer 43 pizzas contenant chacune 8 olives noires ($2 \times 2 \times 2$) et 7 olives vertes.

7 ** Dans un pays imaginaire, les élections pour le président ont lieu tous les 8 ans tandis que les élections pour le premier ministre ont lieu tous les 10 ans. En 1997, ces deux élections ont eu lieu la même année.

1. Après 1997, en quelle année auront à nouveau lieu ces deux élections au même moment ?

Les élections pour le président ont lieu tous les 8 ans et les élections pour le premier ministre tous les 10 ans, on cherche donc le plus petit multiple commun aux nombres 8 et 10. Il s'agit de 40.

Les deux élections ont donc lieu en même temps tous les 40 ans. Or, $1997 + 40 = 2037$ donc les deux élections auront lieu en 2037.

2. Donne toutes les années du dix-neuvième siècle durant lesquelles les deux élections ont eu lieu en même temps.

C'était en 1837 et 1877 car $1997 - 3 \times 40 = 1877$ et $1997 - 4 \times 40 = 1837$.

8 * 1. Trouve 5 nombres qui possèdent uniquement deux diviseurs distincts. Comment appelle-t-on ces nombres ?**

Ce sont les nombres premiers, par exemple 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11.

2. Trouve 5 nombres qui possèdent uniquement trois diviseurs distincts. Quelle conjecture (hypothèse) peux-tu faire sur ce type de nombres ?

Il y a par exemple : 4 ; 9 ; 25 ; 49 ; 121. On remarque que ce sont des carrés parfaits (4 est le carré de 2 ; 9 est le carré de 3 etc.). Plus précisément, ce sont les carrés des nombres premiers, c'est-à-dire les nombres de la forme p^2 où p est un nombre premier.

3. Donne tous les diviseurs des nombres 16 ; 81 et 625. Que remarques-tu sur le nombre de diviseurs de ces nombres ? Peux-tu faire une conjecture sur ce type de nombres ?

Diviseurs de 16 : 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16

Diviseurs de 81 : 1 ; 3 ; 9 ; 27 ; 81

Diviseurs de 625 : 1 ; 5 ; 25 ; 125 ; 625

On remarque que ces trois nombres possèdent exactement cinq diviseurs distincts. Ce sont des nombres de la forme p^4 où p est un nombre premier. Cela revient à dire que ce sont les carrés des carrés des nombres premiers. En effet, $16 = 2^4$; $81 = 3^4$ et $625 = 5^4$.

Ce document PDF gratuit à imprimer est issu de la page :

- [Exercices Secondaire 3 Mathématiques : Nombres et calculs - PDF à imprimer](#)

Le lien ci-dessous vous permet de télécharger cet exercice avec un énoncé vierge

- [Critères de divisibilité et résolution de problèmes - Exercices corrigés : Secondaire 3](#)

Découvrez d'autres exercices en : [Secondaire 3 Mathématiques : Nombres et calculs](#)

- [Développer à l'aide d'une identité remarquable - avec Mon Pass Maths : Secondaire 3](#)
- [Factoriser à l'aide d'une identité remarquable - avec Mon Pass Maths : Secondaire 3](#)
- [Développer et réduire une expression littérale - avec Mon Pass Maths : Secondaire 3](#)
- [Décomposer un nombre en produit de facteurs premiers - avec Mon Pass Maths : Secondaire 3](#)
- [Résoudre une équation produit nul ou racine carrée - avec Mon Pass Maths : Secondaire 3](#)

Les exercices des catégories suivantes pourraient également vous intéresser :

- [Exercices Secondaire 3 Mathématiques : Nombres et calculs Calcul littéral - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Secondaire 3 Mathématiques : Nombres et calculs Carré et racine carrée d'un nombre - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Secondaire 3 Mathématiques : Nombres et calculs Équations et inéquations - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Secondaire 3 Mathématiques : Nombres et calculs Fractions - PDF à imprimer](#)
- [Exercices Secondaire 3 Mathématiques : Nombres et calculs Les puissances - PDF à imprimer](#)

Besoin d'approfondir en : [Secondaire 3 Mathématiques : Nombres et calculs](#)

- [Cours Secondaire 3 Mathématiques : Nombres et calculs](#)
- [Evaluations Secondaire 3 Mathématiques : Nombres et calculs](#)
- [Vidéos pédagogiques Secondaire 3 Mathématiques : Nombres et calculs](#)
- [Vidéos interactives Secondaire 3 Mathématiques : Nombres et calculs](#)
- [Séquence / Fiche de préparation Secondaire 3 Mathématiques : Nombres et calculs](#)